

# LABORATOR 1

## MathCAD – Noțiuni fundamentale

**1. DE REȚINUT:** 1. Accesul la căsuțele simbolurilor se face cu ajutorul tastei **TAB** și/sau cu săgețile

2. Selectarea unei expresii se face cu ajutorul tastei **SPACE**

3. Rezultatul evaluării unei expresii apare la tastarea semnului “egal” (=).

4. Dacă rezultatul este o expresie se tastează  
operatorul de evaluare simbolică (  $\rightarrow$  )

2. Constante MathCAD:

$\infty$  Când este folosit în expresii numerice simbolizează cel mai mare număr acceptat  $10^{307}$

$\pi$  Când este folosit în expresii numerice reprezintă valoarea numărului **pi** cu 15 zecimale exacte  
 $\pi = 3.14159265358979$  ■

$e$  Când este folosit în expresii numerice reprezintă valoarea numărului **e** cu 15 zecimale exacte  
 $e = 2.71828182845905$  ■

i La numerele complexe reprezintă **unitatea imaginară**. Se tastează **1i**

j În expresii numerice reprezintă tot **unitatea imaginară**, fiind comparabilă cu constanta i. În unele versiuni de MathCAD se pot folosi în același timp

% Reprezintă **procentul** și are valoarea implicită **0.01**.

3. Funcții MathCAD:

La selectarea opțiunii **Function** a meniului **Insert** se deschide o fereastră în care pot fi vizualizate toate funcțiile și de unde pot fi selectate pentru a fi introduse în regiunea care se editează.

## Aplicații:

1. Să se calculeze suma:  $S = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)}$  pentru  $n = 100, 200, 300$ .

### Program:

$$n1 := 100 \quad S1 := \sum_{j=1}^{n1} \frac{1}{j \cdot (j+1)} \quad S1 = 0.99$$

$$n2 := 200 \quad S2 := \sum_{j=1}^{n2} \frac{1}{j \cdot (j+1)} \quad S2 = 0.995$$

$$n3 := 300 \quad S3 := \sum_{j=1}^{n3} \frac{1}{j \cdot (j+1)} \quad S3 = 0.997$$

2. Să se calculeze suma:  $S = 1 + \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}$  pentru  $n = 10, 30, 50$ .

3. Să se calculeze suma:  $S = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{(n-1)!}$  pentru  $n = 5, 10, 20$ .

4. Să se calculeze suma:  $S = \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{2^2} + \left(1 - \frac{1}{3}\right)^{3^2} + \dots + \left(1 - \frac{1}{n+1}\right)^{(n+1)^2}$  pentru  $n = 5, 10, 30$ .

5. Să se calculeze expresia  $E = \left(1 - \frac{3}{1}\right) \cdot \left(1 - \frac{3}{16}\right) \cdot \left(1 - \frac{3}{49}\right) \cdot \dots \cdot \left[1 - \frac{3}{(3 \cdot n - 2)^2}\right]$  pentru  $n = 5, 10, 20$ .

6. Să se calculeze expresia  $P = \frac{2 \cdot 7 \cdot 12 \cdot \dots \cdot (2 + 5 \cdot (n-1))}{3 \cdot 8 \cdot 13 \cdot \dots \cdot (3 + 5 \cdot (n-1))}$  pentru  $n = 5$ .

7. Să se calculeze expresia  $E = \frac{5}{3} + \frac{5}{3} \cdot \frac{7}{5} + \frac{5}{3} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{9}{7} + \dots + \frac{5}{3} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{9}{7} \cdot \dots \cdot \frac{2 \cdot n + 3}{2 \cdot n + 1}$  pentru  $n = 8$ .

**Indicație:** Expresia se poate scrie sub forma:

$$E = \sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^i \frac{2 \cdot j + 3}{2 \cdot j + 1}$$

8. Să se calculeze expresia  $P = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{3}{6}\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \dots + \frac{n}{n+3}\right)$  pentru  $n = 9$ .

**Indicație:** Expresia se poate scrie sub forma:

$$P = \prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \frac{j}{j+3}$$

9. Să se reprezinte grafic următoarele funcții pe un domeniu oarecare:

a.  $f(x) = x^2 + 2x + 1$

b.  $f(x) = -3x^2 + x - 2$

c.  $f(x) = 4e^x - 1$

d.  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 5x - 4, & x \leq -10 \\ \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x}, & -10 < x \leq -3 \\ 2x^3 + 5x + 1, & x > -3 \end{cases}$

e.  $g(x) = \begin{cases} -3 + 5x, & x \leq -12 \\ e^x, & -12 < x \leq 0 \\ 3x^3 + 6x^2 - 5, & x > 0 \end{cases}$

10. Să se evalueze derivatele funcțiilor:  $f(x) = \frac{\sqrt{5x^2+1}-1}{x^2}$  și  $g(y) = y \cdot \sqrt{y^2+1}$

în punctele  $x = 0.5$ , respectiv  $y = -1.5$ .

11. Să se evalueze următoarele integrale:

$$\int_{-3}^3 \frac{1}{3x^2 + 2x + 1} dx \quad ; \quad \int_1^3 x^2 \cdot \sqrt{1+x^2} dx \quad ; \quad \int_0^{\pi} \frac{x^2}{(1+x^2)^2} dx$$

12. Să se evalueze următoarele integrale duble:

$$\int_0^{\pi/4} \int_{2\cos(\theta)}^{4\cos(\theta)} r \, dr \, d\theta \quad ; \quad 2 \cdot \int_0^{2\pi} \int_1^2 r^3 \, dr \, d\theta \quad ; \quad \int_0^{\pi/3} \int_{3\cos(\theta)}^{6\cos(\theta)} r \, dr \, d\theta$$

13. Să se evalueze limitele:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(x)}{\operatorname{tg}(x)} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right)^{x-1}$$

14. Să se determine următoarele primitive:

$$\int \sin^2(x) dx \quad ; \quad \int x^3 \cdot \cos(x) dx \quad ; \quad \int \frac{\arcsin(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad ; \quad \int \frac{\ln(x)}{x \cdot \sqrt{1+\ln^2(x)}} dx$$

15. Să se evalueze următoarele expresii:

$$\frac{d}{dx} (x \cdot \sin(x) + \operatorname{arctg}(x) \cdot x^2) \quad ; \quad \frac{d^2}{dx^2} (x^5 - 3 \cdot \sin(x) + x^2 + 1) \quad ; \quad \frac{d^2}{dx dy} (x^3 + 5x^2 y + 2xy^2 - 18xy)$$

16. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 9 \\ 2 & 7 & 6 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ .

Să se afișeze determinantul, transpusa, inversa și pătratul matricei.

17. Să se rezolve ecuațiile matriceale:

a.  $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 4 & 1 & 8 \\ -4 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 10 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ -3 & -2 & 5 \end{pmatrix}$

b.  $X \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 10 \\ 5 & 8 & 7 \end{pmatrix}$

18. Fie ecuația algebrică

$$\sin\left(\frac{\pi \cdot x}{5.2}\right) + 0.84 \cdot e^x = 0$$

Cu ajutorul următorului program se determină rădăcina ecuației

**Program**

$$f(x) := \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{5.2}\right) + 0.84 \cdot e^x$$

$$x := 3$$

$$\operatorname{root}(f(x), x) = -0.7069546914784745$$

După modelul de mai sus, rezolvați următoarele ecuații algebrice

a.  $\cos(2x) - x^2 - \frac{1}{2} = 0$

b.  $3x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 6x - 34.25 = 0.$

c.  $x + 0.5\arctg(2x) - 1 = 0$

d.  $\cos(2x) - \sqrt{2} \cdot x = 0$

19. Fie sistemul de ecuații

$$x + 2y - 3z = -4$$

$$-3x + 2y - 5z = 0$$

$$7x + \frac{1}{2}y + z = 1$$

Cu ajutorul următorului program se determină soluțiile sistemului

**Program**

x := 0   y := 0   z := 0

Given

$$x + 2y - 3z = -4$$

$$-3x + 2y - 5z = 0$$

$$7x + \frac{1}{2}y + z = 1$$

$$\text{find}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 1.692 \\ -10.923 \\ -5.385 \end{pmatrix}$$

Să se rezolve următoarele sisteme de ecuații

a.

$$-6x + 3y - \frac{z}{5} = 1$$

$$2x + 7y + z = 8$$

$$3x \cdot y + z = 1$$

b.

$$2x + 3y - z = 1$$

$$x + 7y + z + t = -1$$

$$3x + y = 1$$

$$2x + 3y + t = 0$$