LABORATOR 4

SISTEME DE ECUAȚII LINIARE:

Metoda I. Rezolvarea sistemelor utilizând blocul GIVEN

Problema 1 Să se rezolve sistemul utilizand blocul Given

Program

$x := 1$

aproximatiile initiale pentru x si y

$y := 1$

Given

$$\frac{(x-1)}{2} - y = 5$$

$$x + \frac{(1-y)}{4} = 6$$

$$\mathrm{Find}(x, y) = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Aplicatii: Sa se realizeze programele Mathcad pentru rezolvarea următoarelor sisteme de ecuații utilizând blocul Given:

1) $(x + 1)(y - 1) = (x - 1)(y + 3)$
$(x + 2)(y - 2) = (x - 1)(y + 1)$

2) $(x - 2) / 4 + (y - 3) / 2 = 0$
$(x + y - 3) / 3 + (x - y - 2) / 5 = 0$

3) $1/x + 1/y - 1/z = 1$
$1/x - 1/y + 1/z = 3$
$-1/x + 1/y + 1/z = 6$

Metoda I. Metoda lui Cramer

Problema 2 Utilizând *metoda Cramer* să se rezolve sistemul:

$$2x - y - z = 4$$
$$3x + 4y - 2z = 11$$
$$3x - 2y + 4z = 11$$

Program:Varianta 1

ORIGIN $\equiv$ 1

$$a := \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$ matricea coeficientilor

$$b := \begin{pmatrix} 4 \\ 11 \\ 11 \end{pmatrix}$$ matricea termenilor liberi

Formam matricea ax

$ax := a$

$ax^{\langle 1 \rangle} := b$

$$ax = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 11 & 4 & -2 \\ 11 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$x := \frac{|ax|}{|a|}$$

$x = 3$

Formam matricea ay

$ay := a$

$ay^{\langle 2 \rangle} := b$

$$ay = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 3 & 11 & -2 \\ 3 & 11 & 4 \end{pmatrix}$$

$$y := \frac{|ay|}{|a|}$$

$y = 1$

Formam matricea az

$az := a$
$az^{\langle 3 \rangle} := b$

$$az = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & 4 & 11 \\ 3 & -2 & 11 \end{pmatrix}$$

$$z := \frac{|az|}{|a|}$$

$z = 1$

<u>Program:Varianta 2</u>

ORIGIN$\equiv$ 1

$$a := \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$ matricea coeficientilor

$$b := \begin{pmatrix} 4 \\ 11 \\ 11 \end{pmatrix}$$ matricea termenilor liberi

$$sol := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..3 \\ \quad \left| \begin{array}{l} det \leftarrow a \\ det^{\langle i \rangle} \leftarrow b \\ sol_i \leftarrow \dfrac{|det|}{|a|} \end{array} \right. \\ sol \end{array} \right.$$

$$sol = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$ solutia sistemului

Aplicație: Utilizând *metoda lui Cramer* rezolvați sistemul de ecuații:

$$\begin{aligned} x + 4y + 3z + t &= 1 \\ 2x + 5y + 4z + 2t &= 4 \\ x - 3y - 2z - t &= 5 \\ 3x + y - z + t &= 5 \end{aligned}$$

Metoda III. Metoda aproximațiilor succesive (metoda iterativă)

Problema 3 Utilizând *metoda iterativă* să se rezolve sistemul:

$$10x + y = 11$$
$$x + 5y = 6$$

Se transcrie sistemul astfel:

$$x = 11/10 - y/10$$
$$y = 6/5 - x/5$$

Considerăm aproximația inițială:

$$x_0 = 0 \text{ şi}$$
$$y_0 = 0$$

şi pentru i = 0,1,2,3,…,k (k suficient de mare) calculăm iterațiile:

$$x_{i+1} = 11/10 - y_i/10$$
$$y_{i+1} = 6/5 - x_{i+1}/5$$

<u>Program: Varianta 1</u>

$x_0 := 0 \qquad y_0 := 0$

$$x_1 := \frac{11}{10} - \frac{y_0}{10}$$

$$y_1 := \frac{6}{5} - \frac{x_1}{5}$$

$$x = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.1 \end{pmatrix} \qquad y = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.98 \end{pmatrix}$$

$$x_2 := \frac{11}{10} - \frac{y_1}{10}$$

$$y_2 := \frac{6}{5} - \frac{x_2}{5}$$

$$x = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.1 \\ 1.002 \end{pmatrix} \qquad y = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.98 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x_3 := \frac{11}{10} - \frac{y_2}{10}$$

$$y_3 := \frac{6}{5} - \frac{x_3}{5}$$

$$x = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.1 \\ 1.002 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad y = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.98 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x_4 := \frac{11}{10} - \frac{y_3}{10}$$

$$y_4 := \frac{6}{5} - \frac{x_4}{5}$$

$$x = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.1 \\ 1.002 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad y = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.98 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x_5 := \frac{11}{10} - \frac{y_4}{10}$$

$$y_5 := \frac{6}{5} - \frac{x_5}{5}$$

$$x = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.1 \\ 1.002 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad y = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.98 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Program: Varianta 2

$ORIGIN \equiv 1$

$x_1 := 0$

$y_1 := 0$ Aproximatiile initiale

$$
sol := \left|
\begin{array}{l}
\text{for } i \in 1..4 \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
x_{i+1} \leftarrow \frac{11}{10} - \frac{y_i}{10} \\
y_{i+1} \leftarrow \frac{6}{5} - \frac{x_{i+1}}{5} \\
sol_1 \leftarrow x_i \\
sol_2 \leftarrow y_i
\end{array}
\right. \\
sol
\end{array}
\right.
$$

$$
sol = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}
$$

Aplicații: Utilizând *metoda iterativă* rezolvați sistemele de ecuații:

a) $\begin{cases} 2x + y + 3z = 2 \\ 3x + 3y + 2z = 11 \\ x + 2y + z = 5 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x + 2z + t = 1 \\ x + y + z + 2t = 6 \\ 2x + 3y + 3z + t = 11 \\ x + 2y + 2z + t = 7 \end{cases}$